N.B. : Vous pouvez le traiter et l'envoyer par mail à l'adresse :
jh.hage58@hotmail.com

Problème (d'analyse) typique (8 points)

On donne la fonction f définie sur] 0; +∞ [par : $f(x) = 2x + \ln\left(\dfrac{2x}{2x+1}\right)$.

Soit (C) la courbe représentative de f dans un repère orthonormé $(O\,;\vec{i},\vec{j})$.

Partie A-

1) a- Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ et démontrer que la droite (D) d'équation $y = 2x$ est une asymptote à (C).

b- Vérifier que $\dfrac{2x}{2x+1} < 1$ et déduire que (C) est au- dessous de (D).

2) Calculer $\lim\limits_{x\to 0} f(x)$ et en déduire une asymptote à (C).

3) Vérifier que $f'(x) = 2 + \dfrac{1}{x(2x+1)}$ et dresser le tableau de variations de f .

4) Tracer (D) et (C).

Partie B-

Une étude du marché a montré que :

La quantité d'objets produits par une entreprise est modélisée par la fonction f.

La quantité d'objets demandés à cette entreprise est modélisée par la fonction g donnée par g(x) = 2x +1.

C'est-à-dire, pour une date x exprimée en semaines ($1 \le x \le 10$) , $f(x)$ est la quantité d'objets produits par cette entreprise exprimée en milliers et g(x) est la quantité d'objets demandés exprimée en milliers.

1) On dit que « demande est satisfaite à la date x » si $f(x) \ge g(x)$.
Montrer que la demande n'est jamais satisfaite.

2) On admet que le nombre total d'objets, en milliers, dont la demande n'est pas satisfaite entre deux dates n et m est donné par $\int_n^m [g(x) - f(x)]dx$.

a- Soit H la fonction définie sur] 0; +∞ [
par $H(x) = x - x.ln(2x) + \frac{1}{2}(2x+1).ln(2x+1)$. Montrer que $H(x)$ est une primitive de g(x) –f(x).

b- Calculer le nombre total d'objets dont la demande n'est pas satisfaite entre les deux dates 1 et 5 ?